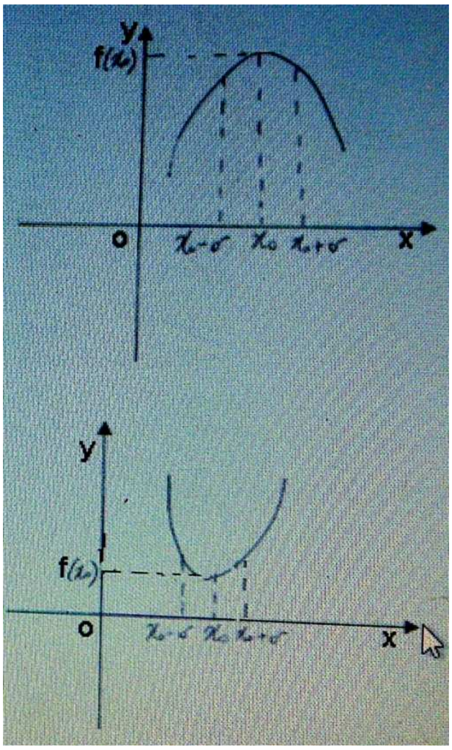

Massimi e minimi relativi e assoluti

Una funzione $f(x)$ ha un **massimo relativo** in un punto x_0 del suo dominio se esiste un intorno $I_{(x_0)}$ (intorno I del punto x_0) tale che $\forall\ x \in I_{(x_0)}$, $f(x) \leq f(x_0)$ (1). La figura rappresenta il grafico di una funzione che ha un massimo relativo nel punto x_0.

Si può notare che la funzione in un intorno sinistro

$]\ x_0 - \delta, x_0\ [$ del punto x_0 è crescente, mentre in un intorno destro $]x_0, x_0 + \delta[$ è decrescente.

Una funzione $f(x)$ ha un **minimo relativo** in un punto x_0 del suo dominio se esiste un intorno $I_{(x_0)}$ (intorno I del punto x_0) tale che $\forall\ x \in I_{(x_0)}$, $f(x) \geq f(x_0)$ (2). La figura rappresenta il grafico di una funzione che ha un minimo relativo nel punto x_0. Si può notare che la funzione in un intorno sinistro

$]\ x_0 - \delta, x_0\ [$ del punto x_0 è decrescente, mentre in un intorno destro $]x_0, x_0 + \delta[$ è crescente.

Se la condizione 1 si verifica $\forall\ x$ del dominio, si dice che la funzione ha un **massimo assoluto** nel punto x_0, se invece si verifica la condizione 2 $\forall\ x$ del dominio, si dice che la funzione ha un **minimo assoluto** nel punto x_0

In altri termini una funzione f(x) ha il massimo assoluto nel punto del suo dominio in cui assume il valore maggiore, ha il minimo assoluto in quello in cui prende il valore minore. I massimi e i minimi di una funzione si chiamano **punti estremanti**.

I massimi e i minimi relativi di una funzione si possono determinare utilizzando i teoremi della crescenza e della decrescenza.

Se in un intorno sinistro di x_0 risulta f '(x) > 0 (funzione crescente) e in un intorno destro f '(x) < 0 (funzione decrescente), allora la f(x) ha in x_0 un massimo relativo.

Se invece in un intorno sinistro di x_0 risulta f '(x) < 0 (funzione decrescente) e in un intorno destro f '(x) > 0 (funzione crescente), allora la f(x) ha nel punto x_0 un minimo relativo.

Esempio

Vogliamo determinare i punti stremanti della funzione f (x) = $x^2 + 6x$

calcoliamo la derivata prima

$f'(x) = 2x + 6$

$f'(x) > 0 \Rightarrow 2x + 6 > 0$ da cui $x>-3$ (funzione crescente); $f'(x) < 0 \Rightarrow 2x+6<0$ da cui $x<-3$ (funzione decrescente). Per quanto detto sopra, la funzione ha nel punto $x=-3$ un minimo relativo.