Problema sulle radici di una equazione di II grado

Sia P(x)= $x^2 + bx + c$, si sa che P(P(1))=0 e P(P(2))=0, P(1)≠P(2). Calcolare P(0).

Per risolvere questo problema bisogna considerare che P(1) e P(2) annullano il trinomio, quindi sono soluzioni dell'equazione $x^2 + bx + c = 0$.

P(1)=1+b+c

P(2)=4+2b+c

Per calcolare P(0) si deve scrivere il trinomio dunque si devono trovare i valori di b e c in quanto a è uguale a 1.

Per determinare i valori di b e c si possono sfruttare la somma e la differenza delle radici di una equazione di II grado.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 - x_2 = \sqrt{b^2 - 4ac}$$

Nel nostro caso, tenendo conto che a=1,

$$x_1 + x_2 = -b$$

$$x_1 - x_2 = \sqrt{b^2 - 4c}$$

Possiamo ora risolvere il sistema con le due equazioni

$$\begin{cases} 1 + b + c + 4 + 2b + c = -b \\ 1 + b + c - 4 - 2b - c = \sqrt{b^2 - 4c} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 + b + c + 4 + 2b + c + b = 0 \\ 1 + b + c - 4 - 2b - c = \sqrt{b^2 - 4c} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4b+2c+5=0 \\ -b-3=\sqrt{b^2-4c} \end{cases} \qquad \begin{cases} 4b+2c+5=0 \\ (-b-3)^2=b^2-4c \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4b+2c+5=0 \\ b^2+6b+9=b^2-4c \end{cases} \qquad \begin{cases} 4b+2c+5=0 \\ 6b+4c+9=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c=\dfrac{-4b-5}{2} \\ 6b+4(\dfrac{-4b-5}{2})+9=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} c=\dfrac{-4b-5}{2} \\ 6b-8b-10+9=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c=\dfrac{-4b-5}{2} \\ -2b-1=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} c=\dfrac{-4b-5}{2} \\ b=-\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} c=\dfrac{-4b-5}{2} \\ b=-\dfrac{1}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} c=\dfrac{-4(-\frac{1}{2})-5}{2} \\ b=-\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} c=\dfrac{-4(-\frac{1}{2})-5}{2} \\ b=-\dfrac{1}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} c=-\dfrac{3}{2} \\ b=-\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

In conclusione P(x)= $x^2-\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$, P(0)= $-\frac{3}{2}$

Dal sito www.sefed.altervista.org