Il metodo dei moltiplicatori dei Lagrange

Il metodo dei **moltiplicatori di Lagrange** si utilizza per determinare i massimi e i minimi vincolati di una funzione di due variabili z=f(x,y) sottoposta al vincolo di equazione g(x,y)=0.

Si procede come di seguito:

Si scrive la funzione di Lagrange

$$L(x,y,\lambda) = f(x,y) + \lambda g(x,y)$$

λ prende il nome di **moltiplicatore di Lagrange**.

Si calcolano le derivate parziali:

L'_x L'_y e L'_λ e si risolve il sistema

$$\begin{cases} L'_x = 0 \\ L'_y = 0 \\ L'_\lambda = 0 \end{cases}$$

le cui soluzioni sono dette **punti critici** o **stazionari**.

Per stabilire se un punto critico (x_0, y_0, λ_0) è eventualmente un massimo o un minimo vincolato della funzione $z = f(x,y)$ si deve considerare il seguente determinante del terzo ordine detto **hessiano orlato**:

$$H(x,y,\lambda) = \begin{vmatrix} 0 & g'_x & g'_y \\ g'_x & L''_{xx} & L''_{xy} \\ g'_y & L''_{yx} & L''_{yy} \end{vmatrix}$$

e calcolare $H(x_0, y_0, \lambda_0)$.

I casi che si possono presentare sono i seguenti:

1) $H(x_0, y_0, \lambda_0) > 0$ $\Rightarrow$ $(x_0, y_0,)$ è un **massimo vincolato**.
2) $H(x_0, y_0, \lambda_0) < 0$ $\Rightarrow$ $(x_0, y_0,)$ è un **minimo vincolato**.
3) $H(x_0, y_0, \lambda_0) = 0$ $\Rightarrow$ **non si puo' dire nulla.**