Risoluzione di vari tipi di equazioni goniometriche

Saranno risolti diversi tipi di equazioni. I procedimenti risolutivi trasformano equazioni complesse in equazioni elementari. Le soluzioni verranno espresse indifferentemente in gradi e in radianti.

1) *sen(3x- 40°)=sen(x-10°)*

Per risolvere questa equazione bisogna uguagliare gli argomenti e tener presente che angoli supplementari hanno lo stesso seno.

Scriveremo allora:

$$3x - 40° = x - 10° + k360° \quad e \quad 3x - 40° = 180° - (x - 10°) + k360°$$

Per la prima equazione si avrà:

$$2x = 30° + k360° \text{ da cui } x = 15° + k180°.$$

Per la seconda:

$$3x - 40° = 180° - x + 10° + k360° \Rightarrow 4x = 230° + k360° \Rightarrow x = \frac{115°}{2} + k90°$$

Anche in presenza di equazioni in coseno o tangente di questo tipo bisognerà procedere allo stesso modo.

2) $2\cos^2 x - 1 = 0$.

E' una equazione di II grado pura.

$$\cos x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}} \Rightarrow \cos x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ e } \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Le soluzioni delle due equazioni sono rispettivamente:

$x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ e $x = \frac{7}{4}\pi + 2k\pi$ per la prima e $x = \frac{3}{4}\pi + 2k\pi$ e $x = \frac{5}{4}\pi + 2k\pi$ per la seconda.

3) $tg^2 x + tgx - 2 = 0$

Per risolvere questa equazione si deve applicare la formula risolutiva delle equazioni di secondo grado.

$$tgx = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} \Rightarrow tgx = \frac{-1 \pm 3}{2} \Rightarrow tgx = \frac{-1 \pm 3}{2} \Rightarrow tgx = 1 \text{ e } tgx = -2;$$

la prima delle due equazioni ha le soluzioni $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$, la seconda $x = arctg(-2) + k\pi$.

Il valore di quest'ultima si può determinare utilizzando la calcolatrice elettronica.

4) $2sen^2 x + \cos x - 1 = 0$;

La soluzione di questa equazione è possibile trasformando il seno in coseno in modo da ottenere una equazione di secondo grado che ha come incognita quest'ultima funzione goniometrica.

Il procedimento è il seguente:

$$2(1 - \cos^2 x) + \cos x - 1 = 0 \Rightarrow 2 - 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0 \Rightarrow$$

$\cos x = 1 \quad e \quad \cos x = -\frac{1}{2}$, queste equazioni hanno soluzioni $x = 2k\pi$ (la prima), $x = \frac{2}{3}\pi + 2k\pi$ e $x = \frac{4}{3}\pi + 2k\pi$ (la seconda).