Matematica

1) **Dai la definizione di derivata parziale prima rispetto a x e rispetto a y di una funzione di due variabili z=f(x,y) nel punto (x_0, y_0) del suo dominio e calcola $f_x^{'}$ e $f_y^{'}$ nel caso in cui** $f(x, y) = 3x^2 y + 4xy$

   Si definisce derivata parziale prima di una funzione di due variabili z=f(x,y) nel punto (x_0, y_0) del suo dominio rispetto a x il seguente limite se esiste ed è finito:

$$\underset{h \to 0}{lin} \frac{f(x_0 + h, y_0) - f(x_0, y_0)}{h}$$

   rispetto a y :

$$\underset{k \to 0}{lin} \frac{f(x_0, y_0 + k) - f(x_0, y_0)}{k}.$$

$$f_x^{'} = 6xy + 4y \qquad\qquad f_y^{'} = 3x^2 + 4x$$

2) **Descrivi il procedimento per determinare i massimi e i minimi relativi di una funzione di due variabili.**

   Per determinare i massimi e i minimi relativi di una finzione di due variabili z=f(x,y), si devono trovare i punti stazionari risolvendo il sistema

   $\begin{cases} f_x^{\grave{\imath}} = 0 \\ f_y^{'} = 0 \end{cases}$ Poi si calcola l'hessiano $\begin{vmatrix} f_{xx}^{''} & f_{xy}^{''} \\ f_{yx}^{''} & f_{yy}^{''} \end{vmatrix}$ in ciascun punto stazionario.

   Se l'hessiano in un punto stazionario è positivo e la derivata seconda fatta due volte rispetto a x è minore di zero, nel punto la funzione ha un massimo relativo, se l'hessiano nel punto è positivo e la derivata seconda fatta due volte rispetto a x è maggiore di zero , nel punto la funzione ha un minimo relativo.

   Se l'hessiano nel punto è uguale a zero, i massimi e i minimi non si possono determinare con questo metodo. Infine se l'hessiano nel punto è minore di zero, ivi la funzione non ha né massimo né minimo relativo e il punto è detto punto di sella.

3) **Descrivi il metodo dei moltiplicatori di Lagrange**.

   Data una funzione z=f(x,y), con vincoli espressi dall'equazione g(x,y)=0, per determinare i massimi e i minimi si scrive la funzione di Lagrange L(x,y,λ)=f(x,y)+ λg(x,y) (λ è il moltiplicatore di Lagrange) e si trovano i punti stazionari risolvendo il sistema:

$$\begin{cases} f_x(x, y) + \lambda g_x(x, y) = 0 \\ f_y(x, y) + \lambda g_y(x, y) = 0 \\ g(x, y) = 0 \end{cases}$$

   Si calcola poi l'hessiano orlato $\begin{vmatrix} 0 & g_x^{'} & g_y^{'} \\ g_x^{'} & L_{xx}^{''} & L_{xy}^{\grave{\imath}\grave{\imath}} \\ g_y^{'} & L_{yx}^{''} & L_{yy}^{''} \end{vmatrix}$ in ciascun punto stazionario. Se il valore è maggiore di zero la funzione nel punto ha un massimo vincolato, se è minore di zero ha un minimo vincolato, se infine è uguale a zero il calcolo non si può effettuare con questo metodo.