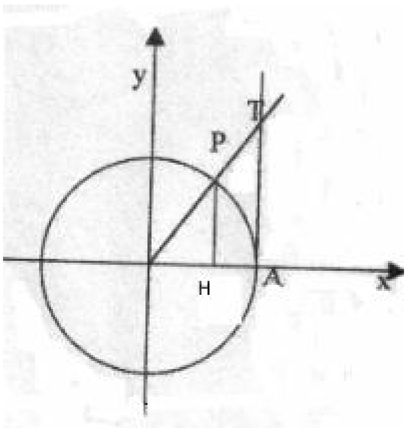
Limite notevole



Vogliamo dimostrare che

$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen} x}{x}=1.$$

A tal fine, facendo riferimento alla figura, possiamo scrivere :

$\overline{PH} < PA < \overline{TA}$ (PA è inteso come arco).

La disuguaglianza sostituendo le funzioni goniometriche si può scrivere

$$\operatorname{sen} x < x < tgx \quad \text{cioè}$$

$$\operatorname{sen} x < x < \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}$$

dividendo termine a termine per $\operatorname{sen} x$ si ottiene:

$$1 < \frac{x}{\operatorname{sen} x} < \frac{1}{\cos x}$$

e considerando gli inversi:

$$\cos x < \frac{\operatorname{sen} x}{x} < 1.$$

Se si tiene conto che $\lim_{x\to 0}\cos x = 1$, $\lim_{x\to 0} 1 = 1$ e del teorema del confronto, si può concludere che

$$\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen} x}{x}=1 \quad \text{cvd}$$