

Esercizi svolti sul dominio delle funzioni di una variabile

Per determinare il dominio o campo di esistenza di una funzione di una variabile bisogna seguire le seguenti regole:

- Se la funzione è razionale intera il dominio è costituito da tutti i numeri reali.
- Quando la funzione è razionale fratta si deve porre il denominatore $\neq 0$.
- Nel caso in cui è irrazionale ad indice pari si deve porre il radicando ≥ 0 .
- Se la funzione è logaritmica si deve porre l'argomento > 0 .

Esempi:

1. $y = 3x^3 + 2x^2$, il dominio in questo caso è costituito da tutti i numeri reali.

si dice che la funzione è definita $\forall x \in R$ (per ogni x appartenente ai numeri reali).

2. $y = \frac{x+4}{x^2+x-2}$, poniamo $x^2+x-2 \neq 0$, uguagliamo a zero e poi fissiamo

le soluzioni diverse da zero, $x^2+x-2=0$ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2}$, $x = \frac{-1 \pm 3}{2}$, quindi $x_1 = -2, x_2 = 1$,

il dominio allora è dato da $x \neq -2, x \neq 1$, in altri termini alla variabile x si possono attribuire tutti i numeri reali esclusi -2 e 1 .

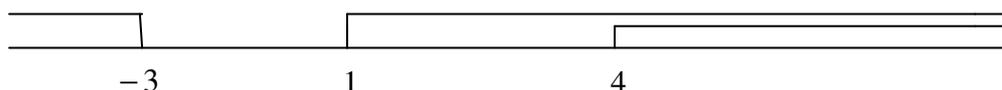
3. $y = \sqrt{x+2}$, poniamo $x+2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2$ (dominio).

4. $y = \log(x^2 - 1)$, $x^2 - 1 > 0 \Rightarrow x < -1, x > 1$ (dominio).

E' interessante vedere ora degli esempi in cui compaiono contemporaneamente i casi illustrati sopra.

5. $y = \sqrt{x-4} + \log(x^2 + x - 6)$ in questa eventualità si deve risolvere il sistema $\begin{cases} x-4 \geq 0 \\ x^2+x-6 > 0 \end{cases}$ risolviamo le due disequazioni $x-4 \geq 0$ e $x^2+x-6 > 0$

le cui soluzioni sono rispettivamente $x \geq 4$ e $x < -3, x > 1$, il sistema si risolve graficamente



ed è risolto per $x \geq 4$ (dominio)

6. $y = \frac{\sqrt{x-1}}{\log(x+5)}$ per questa funzione si calcola il sistema $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ \log(x+5) \neq 0 \\ x+5 > 0 \end{cases}$

che ha per soluzione $x \geq 1$ (dominio).