Determinazione dei massimi e minimi relativi

I massimi e minimi relativi di una funzione f(x) sono da ricercare fra le soluzioni dell'equazione $f'(x)=0$ (1).

La 1 è **condizione necessaria** affinché un punto x_0 sia estremante.

In altri termini se $f'(x_0)=0$, il punto x_0 può essere di massimo o minimo relativo, la condizione non è **sufficiente** per stabilirlo.

Esiste la seguente regola pratica estrapolata da un teorema:

se $f'(x_0)=0$ e $f''(x_0)>0$ $\Rightarrow$ $f(x)$ ha un minimo relativo in x_0

se $f'(x_0)=0$ e $f''(x_0)<0$ $\Rightarrow$ $f(x)$ ha un massimo relativo in x_0

se $f'(x_0)=0$, $f''(x_0)=0$, si calcola $f'''(x_0)$, se questa è diversa a zero, la funzione in x_0 non ha né massimo né minimo, se invece $f'''(x_0)=0$, bisogna considerare le derivate successive nel punto, se la prima diversa da zero è di ordine pari e positiva , la funzione in x_0 ha un minimo relativo, se è di ordine pari e negativa, f(x) ha in x_0 un massimo relativo.

Se è diversa a zero una derivata di ordine dispari nel punto x_0, ivi la funzione non ha né massimo né minimo.

Esempio

Data

$$f(x)=x^4-2x^2$$

la sua derivata prima è: $f'(x)=4x^3-4x$

la derivata seconda : $f''(x)=12x^2-4$

ponendo $f'(x)=0$

cioè $4x^3-4x=0$

si ottengono le soluzioni

x=0, x=-1 e x=1.

Considerato che

$f''(0)=-4$<0, la funzione nel punto x=0 ha un massimo relativo;

$f''(-1)=8>0$, la funzione nel punto x=-1 ha un minimo relativo;

$f''(1)=8$>0 , la funzione nel punto x=1 ha un minimo relativo;

calcolando f(0)=0, si ottiene l'ordinata del massimo che ha quindi coordinate (0,0).

In modo analogo si procede per i due punti di minimo.