

### Derivata della funzione composta

La **funzione composta** è una funzione che dipende a sua volta da una seconda funzione ed è detta anche **funzione di funzione**. Per chiarire il concetto consideriamo  $y = \sqrt{x}$ . In questo caso per determinare la  $y$  occorre effettuare la radice quadrata del numero reale che si attribuisce alla  $x$ . L'operazione viene fatta sul valore della variabile  $x$ , la  $y$  quindi dipende da  $x$  ed è di conseguenza funzione di questa variabile.

In  $y = \sqrt{x^2 + 1}$  la variabile  $y$  si ricava eseguendo la radice quadrata di  $x^2 + 1$ , cioè di un'altra funzione. Per questo motivo siamo in presenza di una funzione composta.

In generale la funzione composta si indica con la scrittura:

$$y=f[g(x)]$$

Si dimostra che la sua derivata è:

$$y'=f'[g(x)]g'(x)$$

Quindi la **derivata di una funzione composta** è uguale al *prodotto della derivata della prima funzione per quella della seconda*.

**Esempio:**

$$\begin{aligned}y &= \sqrt{x^2 + 2x + 1} \\y' &= \frac{1}{2\sqrt{x^2 + 2x + 1}} \cdot (2x + 2) \\y' &= \frac{2x + 2}{2\sqrt{x^2 + 2x + 1}} \\y' &= \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 2x + 1}}\end{aligned}$$

Seguono altri tre esercizi.

$$\begin{aligned}y &= \operatorname{sen} \ln x & y' &= (\cos \ln x) \cdot \frac{1}{x} & y' &= \frac{1}{x} \cos \ln x \\y &= e^{3x+4} & y' &= 3e^{3x+4}.\end{aligned}$$

$$y = \sqrt{\operatorname{sen} x^2} \quad y' = \frac{2x \cos x^2}{2\sqrt{\operatorname{sen} x^2}} \quad y' = \frac{x \cos x^2}{\sqrt{\operatorname{sen} x^2}}, \text{ in quest'ultimo esempio siamo in presenza di un}$$

caso in cui le funzioni sono tre. Si esegue prima la derivata della radice, la si moltiplica per quella del seno e infine per la derivata di  $x^2$ .

In generale si procede derivando la funzione più "esterna" e moltiplicando il risultato per le derivate delle altre.