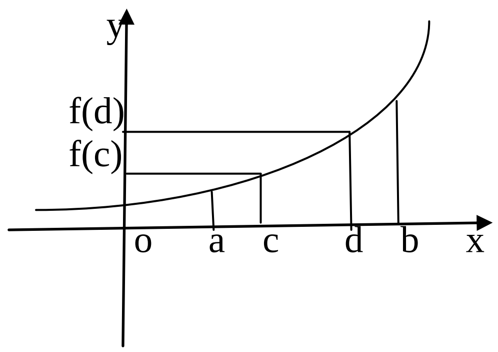
www.sefed.altervista.org

Funzioni crescenti e decrescenti



Una funzione f(x) è **crescente** in un intervallo [a,b] del suo dominio se ivi, all'aumentare dei valori della x, aumentano anche quelli della y. In figura è rappresentato il classico esempio. In modo più rigoroso si può dire che una funzione f(x) è crescente in [a,b] se , comunque si considerano al suo interno due punti c e d, con c<d, f(c)<f(d). Una funzione f(x) è **decrescente** nell'intervallo [a,b] del suo dominio se ivi, all'aumentare dei valori della x, quelli della y diminuiscono.
Una definizione più precisa è la seguente: una funzione f(x) è decrescente in un intervallo [a,b] del suo dominio se, considerati al suo interno due qualsiasi punti c e d, con c<d, f (c)>f(d) .
L'analisi matematica ci fornisce gli strumenti per individuare gli intervalli di crescenza e decrescenza di una funzione con i due teoremi di seguito riportati che però non verranno dimostrati.
Se in un intervallo [a,b] del dominio di una funzione f(x) si verifica che $f'(x) > 0$ $\Rightarrow$ **f(x) è crescente in [a,b].**
Se in un intervallo [a,b] del dominio di una funzione f(x) si verifica che $f'(x) < 0$ $\Rightarrow$ **f(x) è decrescente nell'intervallo**.
Per determinare concretamente gli intervalli di crescenza e decrescenza di una funzione basta calcolare la sua derivata prima e imporla maggiore di zero.
Esempi
Determinare gli intervalli di crescenza e decrescenza della funzione $y = 3x^3 - 9x^2$.
Calcoliamo la derivata prima

$$y' = 9x^2 - 18x$$

poniamo la derivata prima maggiore di zero

$$y' > 0$$

quindi

$$9x^2 - 18x > 0$$

dalla soluzione della disequazione si ottengono x<0 e x>2. Si può quindi dire che la funzione è crescente per x<0 e x>2, è decrescente per 0<x<2. Questi ultimi valori sono le soluzioni della disequazione $9x^2 - 18x < 0$.

Se si vogliono determinare gli intervalli per la funzione $y = \ln(x^2 - 4x)$,bisogna considerare che essa è definita per x<0 e x >4.

$$y' = \frac{2x - 4}{x^2 - 4x}$$

$$\frac{2x - 4}{x^2 - 4x} > 0$$

ha per soluzioni 0<x <2 e x >4, dal confronto con i valori del dominio si può dire che la funzione è crescente per x >4, è decrescente per x<0.