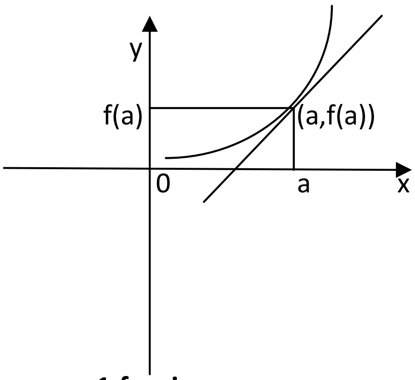
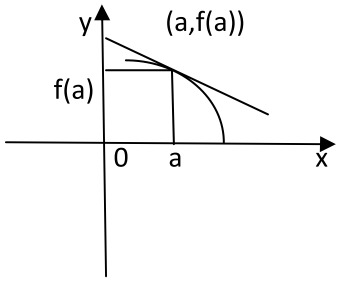
Concavità e punti di flesso



1.funzione convessa



2.funzione concava

Una funzione f(x) volge la **concavità verso l'alto (è convessa)** in un punto **a** del suo dominio se, considerata la tangente nel punto (a,f(a)), in un intorno di **a** , per ogni x, l'ordinata sulla tangente è minore o uguale di quella sul grafico della funzione (figura 1 sopra). Se la condizione si verifica per ogni punto di un intervallo si dice che la funzione volge la concavità verso l'alto nell'intervallo. Analogamente si può definire la **concavità verso il basso**, una funzione f(x) volge la **concavità verso il basso (è concava)** in un punto **a** del suo dominio se in un intorno di **a**, per ogni x, l'ordinata sulla tangente è maggiore o uguale di quella sul grafico della funzione (figura 2 sopra). Se una funzione volge la concavità verso il basso in ogni punto di un intervallo, si dice che volge la concavità verso il basso nell'intervallo. I punti in cui una funzione cambia concavità sono detti punti di **flesso**. Per determinare gli intervalli di concavità, possiamo enunciare il seguente teorema:

Se in un intervallo I f ''(x) >0 ⇒ la funzione f(x) volge in I la concavità verso l'alto;

Se in un intervallo I f ''(x) < 0 ⇒ la funzione f(x) volge in I la concavità verso il basso.

Esempio
Determinare gli intervalli di concavità della funzione

$$y = x^4 - 4x^3$$

Calcoliamo le derivate prima e seconda e imponiamo quest'ultima maggiore di zero.

$$y' = 4x^3 - 12x^2$$

$$y'' = 12x^2 - 24x$$

$$y'' > 0$$

$$12x^2 - 24x \quad > 0$$

$$x^2 - 2x \quad > 0$$

le soluzioni sono x<0 e x >2.

La funzione di conseguenza, volge la concavità verso l'alto per x<0 e x>2, la volge verso il basso per 0<x<2.

Nei punti in cui cambia concavità, cioè 0 e 2, la funzione ha i flessi,

f(0)=0 e f(2)=-16 rappresentano le ordinate dei punti di flesso.