<u>Formule di bisezione</u>

Le formule di bisezione nascono dall'esigenza di determinare le funzioni goniometriche di angoli che sono la metà di α.
Per il loro calcolo si utilizza un procedimento che sfrutta quelle di duplicazione.

$\cos\alpha = \cos 2\cdot\frac{\alpha}{2} = \cos^2\frac{\alpha}{2} - sen^2\frac{\alpha}{2}$,

ora se si esprime il coseno in funzione del seno, l'uguaglianza si può scrivere:

$\cos\alpha = \cos 2\cdot\frac{\alpha}{2} = 1 - sen^2\frac{\alpha}{2} - sen^2\frac{\alpha}{2}$,

da cui:

$\cos\alpha = 1 - sen^2\frac{\alpha}{2} - sen^2\frac{\alpha}{2}$.

Sommando i termini simili , trasportando il seno al primo membro e il coseno al secondo si ottiene:

$2sen^2\frac{\alpha}{2} = 1 - \cos\alpha$, e quindi:

$$\mathrm{sen}\ \frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}\ .$$

Il segno dipende da quello del seno, nel primo e nel secondo quadrante è +, nel terzo e nel quarto meno. La stessa cosa succede con le altre formule, segno + nei quadranti in cui la funzione è positiva, segno - in quelli in cui la funzione è negativa.
Con un procedimento simile si ricava il coseno.

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}\ .$$

La tangente invece si determina tramite la formula che esprime il suo valore in funzione di seno e coseno.

$$tg\frac{\alpha}{2} = \frac{\mathrm{sen}\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{+\cos\alpha}}$$

Esercizio
Calcolare il valore delle funzioni goniometriche di un angolo di $15°$.

$$sen\ 15° = sen\frac{30°}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos 30°}{2}} = \sqrt{\frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{3}}\ ;$$

$$\cos 15° = \cos\frac{30°}{2}\sqrt{\frac{1+\cos 30°}{2}} = \sqrt{\frac{1+\cos 30°}{2}} = \sqrt{\frac{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}\ ;$$

$$tg 15° = tg\frac{30°}{2}\sqrt{\frac{1-\cos 30°}{1+\cos 30°}} = \sqrt{\frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{(2-\sqrt{3})^2}{4-3}} = 2-\sqrt{3}\ .$$