www.sefed.altervista.org

Esercizi svolti sul dominio delle funzioni

Le regole da seguire per determinare il dominio di una funzione sono le seguenti:

- se la funzione è razionale intera il dominio è costituito da tutti i numeri reali;
- quando la funzione è razionale fratta bisogna porre il denominatore diverso da zero;
- nel caso di una funzione irrazionale ad indice pari si deve porre il radicando ≥0;
- Se la funzione è logaritmica bisogna fissare l'argomento >0.

Se si verificano più casi, si devono porre le condizioni contemporaneamente.

Esempi

1) $y = 3x^3 + 2x^2$, il dominio è costituito da tutti i numeri reali, si dice che la funzione è definita $\forall x \in \Re$ (si legge per ogni x appartenente ai numeri reali).

2) $y = \dfrac{x+4}{x^2 + x - 2}$, in questo caso scriveremo $x^2 + x - 2 \neq 0$,

risolviamo poi l'equazione $x^2 + x - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} \quad \Rightarrow \quad x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} \quad \Rightarrow$

$x = \dfrac{-1 \pm 3}{2} \quad \Rightarrow \quad x_1 = -2, \quad x_2 = 1$. Il dominio quindi è dato da $x \neq -2 \ \ e \ \ x \neq 1$.

3) $y = \sqrt{x+2}$ il dominio della funzione si trova ponendo $x + 2 \geq 0 \quad \Rightarrow \quad x \geq -2$

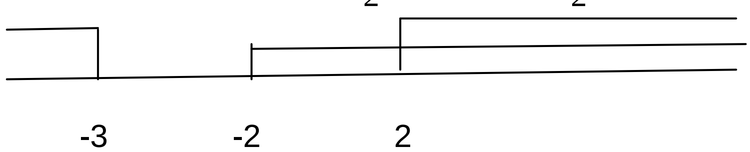
4) $y = \log(x^2 - 1)$ poniamo $x^2 - 1 > 0$, il dominio dunque è costituito da $x < -1$ e $x > 1$.

E' interessante vedere ora degli esempi in cui compaiono contemporaneamente i casi illustrati sopra.

5) $y = \sqrt{x+2} + \log(x^2 + x - 6)$, per calcolare il dominio in questa eventualità, devono essere contemporaneamente il radicando ≥ 0 e l'argomento del logaritmo >0. Dobbiamo quindi risolvere il sistema

$$\begin{cases} x + 2 \geq 0 \\ x^2 + x - 6 > 0 \end{cases} \Rightarrow \ x^2 + x - 6 = 0 \ \Rightarrow \ x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} \quad x = \frac{-1 \pm 5}{2} \quad \Rightarrow x_1 = -3 \quad x_2 = 2$$

$$\begin{cases} x \geq -2 \\ x < -3 \qquad x > 2 \end{cases}$$



Il dominio è costituito da $x > 2$

6) $$y = \frac{\sqrt{x-1}}{\log(x+5)} \ \Rightarrow \ \begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ \log(x+5) \neq 0 \\ x + 5 > 0 \end{cases} \Rightarrow \ \begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq -4 \\ x > -5 \end{cases} \ \Rightarrow x \geq 1$$