

DISEQUAZIONI LOGARITMICHE

Una disequazione logaritmica è una disequazione nella quale l'incognita compare nell'argomento di qualche logaritmo.

Le disequazioni logaritmiche si risolvono tenendo presente che un logaritmo a base maggiore di uno è maggiore di un logaritmo dello stesso tipo quando il suo argomento è maggiore di quello del secondo, è minore quando l'argomento è minore di quello dell'altro logaritmo.

Se invece la base è un numero compreso fra 0 e 1, un logaritmo è maggiore di un altro logaritmo quando il suo argomento è minore di quello del secondo, è minore dell'altro quando il suo argomento è maggiore dell'argomento del secondo.

In altri termini passando dai logaritmi agli argomenti se la base è maggiore di uno il verso di disuguaglianza si conserva, se la base è compresa fra zero e uno il verso cambia.

Una disequazione logaritmica in generale può presentarsi in una delle forme seguenti. Le soluzioni sono scritte sotto ciascuna disequazione.

$$\log_a A(x) > \log_a B(x) \quad \text{con } a > 1$$

$$\begin{cases} A(x) > 0 \\ B(x) > 0 \\ A(x) > B(x) \end{cases}$$

$$\log_a A(x) > \log_a B(x) \quad \text{con } 0 < a < 1$$

$$\begin{cases} A(x) > 0 \\ B(x) > 0 \\ A(x) < B(x) \end{cases}$$

$$\log_a A(x) < \log_a B(x) \quad \text{con } a > 1$$

$$\begin{cases} A(x) > 0 \\ B(x) > 0 \\ A(x) < B(x) \end{cases}$$

$$\log_a A(x) < \log_a B(x) \quad \text{con } 0 < a < 1$$

$$\begin{cases} A(x) > 0 \\ B(x) > 0 \\ A(x) > B(x) \end{cases}$$

Queste disequazioni si risolvono quindi con dei sistemi nei quali sono scritte le condizioni di esistenza dei logaritmi (argomenti maggiori di zero) e le relazioni fra gli argomenti. Per arrivare alle forme scritte sopra si utilizzano le proprietà dei logaritmi.

Esempi

$$\log_2(x^2 - 4) > \log_2(x - 3) + \log_2(x + 2)$$

$$\log_2(x^2 - 4) > \log_2(x - 3)(x + 2)$$

$$\log_2(x^2 - 4) > \log_2(x^2 - x - 6)$$

$$\begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ x - 3 > 0 \\ x^2 - 4 > x^2 - x - 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x < -2; x > 2 \\ x > 3 \\ x > -2 \end{cases}$$

il sistema ha soluzione $x > 3$